FAN VA TA’LIM YANGILIKLARI
ILMIY-AMALIY JURNAL
ISSN 3093-8694 ◆ saen.uz
2026-yil
11-son

UDK: 514.12:378.147

Shodiyev Oybek Narzullayevich,
Toshkent davlat transport universiteti “Oliy matematika” kafedrasi katta o‘qituvchisi,
pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD)

ANALITIK GEOMETRIYANI O‘QITISHDA AKSIOMATIK, VEKTORLI VA KOORDINATALI YONDASHUVLARNING METODIK INTEGRATSIYASI

Annotatsiya. Maqolada oliy ta’lim muassasalarida analitik geometriyani o‘qitish jarayonida aksiomatik asoslash, vektorli tavsiflash va koordinatali hisoblash usullarini mazmunan uyg‘unlashtirish masalasi tadqiq etilgan. Geometriya ta’limiga oid ilmiy manbalarning qiyosiy tahlili, matematik modellashtirish va geometrik munosabatlarni deduktiv tekshirish asosida uchta yondashuvni integratsiyalashgan holda qo‘llashning metodik tamoyillari ishlab chiqilgan. O‘quv masalalarini tanlashda geometrik shartning mantiqiy asoslanganligi, vektorli tavsifning zarurati, koordinatali hisoblashning imkoniyatlari hamda olingan natijani geometrik jihatdan talqin qilish mezonlari belgilangan. Taklif etilgan metodik yondashuv ikki turli nuqta orqali o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq hamda fazoda to‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro vaziyati misolida yoritilgan. Tadqiqot natijasida geometrik mulohaza, vektorli modellashtirish va koordinatali hisoblash jarayonlarini yagona didaktik tizimda tashkil etishga qaratilgan metodik tavsiyalar shakllantirilgan.

Kalit so‘zlar: analitik geometriya, aksiomatik yondashuv, vektorli yondashuv, koordinatali yondashuv, o‘qitish metodikasi, geometrik munosabat, matematik modellashtirish, didaktik integratsiya.

МЕТОДИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ АКСИОМАТИЧЕСКОГО, ВЕКТОРНОГО И КООРДИНАТНОГО ПОДХОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. В статье исследуется проблема содержательной интеграции аксиоматического обоснования, векторного описания и координатных вычислений в процессе преподавания аналитической геометрии в высшей школе. На основе сравнительного анализа научных источников по геометрическому образованию, математического моделирования и дедуктивного исследования геометрических отношений разработаны методические принципы согласованного применения трёх подходов. Определены критерии отбора учебных задач, включающие логическую обоснованность геометрических условий, необходимость векторного представления, возможности координатных вычислений и геометрическую интерпретацию полученных результатов. Предлагаемый методический подход раскрывается на примерах прямой, проходящей через две различные точки, а также взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве. В результате исследования сформулированы методические рекомендации, направленные на организацию геометрических рассуждений, векторного моделирования и координатных вычислений в рамках единой дидактической системы.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, аксиоматический подход, векторный подход, координатный подход, методика преподавания, геометрические отношения, математическое моделирование, дидактическая интеграция.

METHODOLOGICAL INTEGRATION OF AXIOMATIC, VECTOR AND COORDINATE APPROACHES IN TEACHING ANALYTIC GEOMETRY

Abstract. The article investigates the methodological integration of axiomatic justification, vector representation and coordinate calculations in teaching analytic geometry in higher education. Based on a comparative analysis of research literature on geometry education, mathematical modelling and deductive examination of geometric relationships, methodological principles for the coordinated application of these three approaches are developed. The criteria for selecting instructional problems include the logical validity of geometric conditions, the necessity of vector representation, the role of coordinate calculations and the geometric interpretation of the obtained results. The proposed methodological approach is illustrated through two examples: a straight line passing through two distinct points and the relative position of a line and a plane in space. The study results in a set of methodological recommendations aimed at organizing geometric reasoning, vector modelling and coordinate calculations within a unified didactic framework.

Keywords: analytic geometry, axiomatic approach, vector approach, coordinate approach, teaching methodology, geometric relationships, mathematical modelling, didactic integration.

KIRISH

Analitik geometriya oliy matematikaning muhim tarkibiy qismlaridan biri bo‘lib, unda geometrik obyektlar va ular orasidagi munosabatlar algebraik hamda koordinatali vositalar yordamida o‘rganiladi. Mazkur fan talabalarda fazoviy tasavvur, mantiqiy fikrlash, matematik modellashtirish va analitik tahlil qilish ko‘nikmalarini shakllantirishda alohida ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, bo‘lajak muhandislar, texnik mutaxassislar va matematika o‘qituvchilarini tayyorlashda geometrik tushunchalarning nazariy asoslarini amaliy hisoblash usullari bilan bog‘lab o‘rgatish zarurati ortib bormoqda.

Analitik geometriya kursida bir xil geometrik munosabatni aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlar asosida turlicha ifodalash mumkin. Masalan, nuqtaning to‘g‘ri chiziqqa tegishliligi, ikki chiziqning parallelligi yoki o‘zaro perpendikulyarligi dastlab geometrik munosabat sifatida qaraladi, keyinchalik esa vektorlar va koordinatalar yordamida matematik ifodasini topadi. Ushbu yondashuvlar o‘zaro bog‘lanmagan holda o‘rgatilganda talabalar tegishli formulalarni qo‘llashga muvaffaq bo‘lsalar-da, ularning kelib chiqishi, geometrik mazmuni va qo‘llanish shartlarini izohlashda qiyinchiliklarga duch kelishlari mumkin.

Shu nuqtayi nazardan, geometrik tushunchalarni mantiqiy asoslash, ularni vektorli model orqali ifodalash va koordinatali hisoblash yordamida tekshirish jarayonlarini o‘zaro uyg‘unlashtirish analitik geometriyani o‘qitishning dolzarb metodik masalalaridan biri hisoblanadi. Bunda asosiy e’tibor matematik formulalarni ketma-ket bayon qilishga emas, balki bir matematik ifodadan ikkinchisiga o‘tishning zarurati va mazmunini ochib berishga qaratilishi lozim.

Geometriya ta’limiga oid tadqiqotlarda matematik tushunchalarni turli ko‘rinishlarda ifodalash, geometrik fikrlash va isbotlash faoliyatini rivojlantirish masalalari keng yoritilgan [1, 3, 5, 6]. Xususan, bo‘lajak o‘qituvchilarning geometrik masalalarni analitik, sintetik va vektorli usullarda yechish strategiyalarini o‘rganish turli yondashuvlarni tanlash va ularning imkoniyatlarini anglash muhimligini ko‘rsatadi [2].

Mazkur tadqiqotning maqsadi oliy ta’limda analitik geometriyani o‘qitishda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlarning didaktik imkoniyatlarini aniqlash hamda ularni o‘zaro bog‘liq holda qo‘llashning metodik asoslarini ishlab chiqishdan iborat. Ushbu maqsadga erishish uchun yondashuvlarning ta’lim jarayonidagi vazifalari tahlil qilinadi, o‘quv masalalarini tanlash mezonlari belgilanadi va tanlangan geometrik masalalar asosida integratsiyalashgan o‘qitishning mazmuni ochib beriladi.

MAVZU BO‘YICHA ADABIYOTLAR TAHLILI

Geometriyani o‘qitish metodikasiga oid ilmiy tadqiqotlarda geometrik obyektlarni turli matematik ifodalash vositalari orqali o‘rganish, ularning o‘zaro bog‘liqligini anglash va matematik fikrlashni rivojlantirish masalalariga alohida e’tibor qaratilgan. Desai, Bush va Safi tomonidan amalga oshirilgan tadqiqotda geometriyani o‘qitish va o‘rganishda matematik reprezentatsiyalarning o‘rni tahlil qilinib, turli ifodalash shakllari o‘rtasidagi bog‘lanishlarni tushunish geometrik bilimlarni shakllantirishning muhim omili sifatida izohlangan [1]. Mazkur qarash analitik geometriyada geometrik munosabatlarning sintetik, vektorli va koordinatali ifodalarini o‘zaro bog‘lash zaruratini asoslaydi.

R. Duval matematik bilimlarni o‘zlashtirishda matematik obyektning o‘zini anglash bilan uni ifodalash vositalarini farqlash muhimligini ta’kidlaydi. Uning fikricha, matematik faoliyatda bir ifodalash tizimi doirasida o‘zgartirish kiritish va bir ifodalash tizimidan boshqasiga o‘tish turli bilish jarayonlarini talab qiladi [3]. Analitik geometriyaga tatbiqan bu holat geometrik munosabatni koordinatali tenglamaga aylantirish va hosil bo‘lgan tenglamani algebraik o‘zgartirish jarayonlari bir xil mazmunga ega emasligini anglatadi. Shuning uchun o‘qitish jarayonida matematik ifodalar orasidagi o‘tishning mazmunini tushuntirish muhim metodik vazifa hisoblanadi.

D. Baran Bulut va B. Güven tomonidan olib borilgan tadqiqotda bo‘lajak o‘qituvchilarning geometrik masalalarni yechishda analitik, sintetik va vektorli yondashuvlarni tanlash xususiyatlari o‘rganilgan. Tadqiqot natijalari masalani yechishda qo‘llaniladigan matematik usulni to‘g‘ri tanlash va uning imkoniyatlarini anglash muhimligini ko‘rsatadi [2]. Bu esa analitik geometriya mashg‘ulotlarida turli usullarning afzalliklarini alohida o‘rgatish bilan bir qatorda, ularni yagona matematik mazmun doirasida qo‘llashga ham e’tibor qaratish lozimligini anglatadi.

A. İ. Mutning tadqiqotida vektorli yondashuvni analitik va sintetik yondashuvlar bilan birgalikda qo‘llashning ta’limiy imkoniyatlari o‘rganilgan [4].

Ushbu ishda geometrik masalalarni turli matematik usullar asosida tahlil qilish o‘quvchilarning geometrik tushunchalarni anglash jarayoniga ta’sir etuvchi omillardan biri sifatida qaraladi.

S. Jablonski va M. Ludwig geometriya ta’limining nazariy va amaliy rivojlanish tendensiyalarini tahlil qilib, geometrik fikrlash, dalillash, isbotlash hamda raqamli vositalardan foydalanish masalalarini yoritgan [5]. H.G. Weigand, K. Hollebrands va M. Maschietto tomonidan amalga oshirilgan tizimli adabiyotlar tahlilida esa geometriya ta’limida asoslash, masala yechish va matematik modellashtirish yo‘nalishlarining ahamiyati ko‘rsatib berilgan [6].

Analitik geometriyaning nazariy asoslarini yoritishda chiziqli algebra va vektorlar nazariyasiga oid manbalar ham muhim ahamiyatga ega. S. Axlerning chiziqli algebra bo‘yicha ilmiy ishida vektor fazolari, chiziqli bog‘liqlik, bazis va chiziqli akslantirishlar kabi tushunchalarning nazariy asoslari izchil bayon qilingan [7]. Ushbu tushunchalar geometrik obyektlarni vektorli tavsiflash va ularning koordinatali ifodalarini shakllantirish uchun matematik asos bo‘lib xizmat qiladi.

Tahlil qilingan ilmiy manbalar geometrik tushunchalarni turli matematik vositalar orqali ifodalash va ular orasidagi bog‘lanishlarni o‘rgatish muhimligini ko‘rsatadi. Shu bilan birga, oliy ta’limdagi analitik geometriya kursi doirasida aksiomatik asoslash, vektorli modellashtirish va koordinatali hisoblashning didaktik vazifalarini yagona tizim sifatida tashkil etish masalasi alohida metodik yondashuvni talab qiladi. Mazkur tadqiqot aynan shu masalani yoritishga qaratilgan.

METODOLOGIYA

Tadqiqotning metodologik asosini matematik bilimlarning mantiqiy izchilligi, geometrik tushunchalarni turli matematik ifodalash vositalari orqali o‘zlashtirish hamda nazariy bilimlarni amaliy masalalar bilan bog‘lash tamoyillari tashkil etadi. Tadqiqot jarayonida nazariy tahlil, qiyosiy tahlil, matematik modellashtirish, deduktiv mulohaza yuritish va didaktik loyihalash usullaridan foydalanildi.

Nazariy tahlil asosida analitik geometriyani o‘qitishda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlarning mazmuni hamda didaktik imkoniyatlari o‘rganildi. Qiyosiy tahlil yordamida ularning o‘ziga xos vazifalari, afzalliklari va o‘zaro bog‘liqligi aniqlandi. Matematik modellashtirish orqali geometrik obyektlarning vektorli va koordinatali ifodalari hosil qilindi, ular orasidagi ekvivalentlik va muvofiqlik matematik jihatdan tekshirildi. Deduktiv tahlil esa geometrik shartlardan kelib chiqadigan xulosalarning mantiqiy asoslanganligini aniqlashga xizmat qildi.

Tadqiqotda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlar quyidagi metodik vazifalar asosida o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Birinchidan, aksiomatik yondashuv orqali geometrik obyektni aniqlovchi shartlar, tegishlilik munosabatlari va foydalaniladigan geometrik tasdiqlarning mantiqiy asoslari ochib beriladi. Bunda talaba qanday geometrik obyekt qaralayotganini va uning mavjudligi yoki yagonaligi qaysi shartlarga bog‘liqligini tushunishi lozim.

Ikkinchidan, vektorli yondashuv yordamida geometrik munosabatlar yo‘nalish, uzunlik, chiziqli bog‘lanish va skalyar ko‘paytma kabi matematik vositalar orqali ifodalanadi. Vektorli tavsif geometrik munosabatlarni ixcham shaklda yozish va ularning xususiyatlarini algebraik jihatdan tahlil qilish imkonini beradi.

Uchinchidan, koordinatali yondashuv geometrik obyektlarning aniq tenglamalarini tuzish, noma’lum parametrlarni aniqlash va hisoblash natijalarini tekshirishga xizmat qiladi. Bunda koordinatalar tanlovi, bazis va geometrik obyektning tenglamasi o‘rtasidagi bog‘lanish tushuntiriladi.

O‘quv masalalarini tanlashda to‘rtta mezonga e’tibor qaratildi: geometrik shartning mantiqiy ahamiyati, vektorli tavsifning zarurati, koordinatali hisoblashning vazifasi va olingan natijani dastlabki geometrik munosabat bilan qayta bog‘lash imkoniyati. Ushbu mezonlar asosida tekislikdagi to‘g‘ri chiziq hamda fazodagi to‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro vaziyatiga doir masalalar tanlandi.

Mazkur masalalar uch yondashuvning o‘zaro to‘ldiruvchi imkoniyatlarini ko‘rsatish, matematik ifodalar orasidagi mantiqiy o‘tishlarni izohlash va o‘quv materialini yaxlit metodik tizimda tashkil etish maqsadida tahlil qilindi.

NATIJALAR

Tadqiqot natijasida analitik geometriyani o‘qitishda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlarni mazmunan birlashtirishning metodik modeli shakllantirildi. Ushbu modelda har bir yondashuv muayyan didaktik vazifani bajaradi: aksiomatik yondashuv geometrik munosabatning mantiqiy asosini ochib beradi, vektorli yondashuv uni matematik jihatdan tavsiflaydi, koordinatali yondashuv esa hisoblash va tekshirish imkoniyatini yaratadi. Barcha bosqichlarda olingan natijani dastlabki geometrik mazmun bilan bog‘lash talab etiladi.

Birinchi masala. Ikki turli nuqta orqali o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning vektorli va koordinatali ifodalarini hosil qilish.

Ushbu masala geometrik tasdiq, vektorli tavsif va koordinatali tenglama o‘rtasidagi bog‘lanishni ochib berish uchun tanlandi. Dastlab tekislikda o‘zaro turli bo‘lgan A va B nuqtalar qaraladi. Evklid geometriyasining asosiy tasdiqlaridan biriga ko‘ra, ikki turli nuqta orqali yagona to‘g‘ri chiziq o‘tadi. Bu yerda nuqtalarning turli bo‘lishi muhim shart hisoblanadi, chunki aynan shu shart chiziqning yo‘nalishini aniqlash imkonini beradi.

Standart ortonormal dekart koordinatalar sistemasida A(1; 2) va B(4; 6) nuqtalar berilgan bo‘lsin. A nuqtadan B nuqtaga yo‘nalgan vektor quyidagicha aniqlanadi: $u=AB=B-A=(3;4)$.

Ushbu vektor nolmas bo‘lib, qaralayotgan to‘g‘ri chiziqning yo‘nalishini belgilaydi. Shunday qilib, to‘g‘ri chiziqning vektorli tenglamasi $x=A+tu$, (bunda t haqiqiy son) ko‘rinishida yoziladi. Bu ifoda parametrning turli qiymatlarida A nuqtadan o‘tuvchi va u u yo‘nalishiga ega bo‘lgan barcha nuqtalarni aniqlaydi.

Berilgan koordinatalarni hisobga olgan holda parametrik tenglamalar quyidagi ko‘rinishni oladi: $\{x=1+3t,\ y=2+4t.$

Birinchi tenglamadan parametrni ifodalaymiz: $t=3x-1$.

Ushbu ifodani ikkinchi tenglamaga qo‘yish natijasida $y=2+12(x-1)$ tenglik hosil bo‘ladi. Tenglamani soddalashtirib, quyidagi umumiy tenglamani olamiz: $4x-3y+2=0$.

Mazkur natija parametrik va umumiy tenglamalar bitta geometrik obyektni ifodalashini ko‘rsatadi. Biroq bu tenglamalarning ekvivalentligini tushuntirish uchun faqat algebraik o‘zgartirishlarni bajarish yetarli emas. Parametrik ifodadan hosil bo‘lgan har qanday nuqta umumiy tenglamani qanoatlantirishini, aksincha, umumiy tenglamani qanoatlantiruvchi har qanday nuqtani parametrik ko‘rinishda ifodalash mumkinligini asoslash talab etiladi.

Haqiqatan ham, $x=1+3t$ va $y=2+4t$ ifodalarni umumiy tenglamaga qo‘ysak,

$4(1+3t)-3(2+4t)+2=0$

tenglik aynan bajariladi. Aksincha, $4x-3y+2=0$ tenglamani qanoatlantiruvchi ixtiyoriy nuqta uchun $t=(x-1)/3$ deb olsak, $y=2+4t$ munosabat kelib chiqadi. Demak, ikkala ifoda ham bir xil nuqtalar to‘plamini aniqlaydi.

Mazkur masalani o‘qitishda talabalarning e’tibori uchta muhim jihatga qaratiladi: ikki nuqtaning turli bo‘lishi nima uchun zarurligi, yo‘nalish vektorining geometrik vazifasi va parametrik tenglama bilan umumiy tenglamaning o‘zaro ekvivalentligi. Agar $A=B$ bo‘lsa, yo‘nalish vektori nolga teng bo‘ladi va ikkita nuqta orqali yagona to‘g‘ri chiziq aniqlash sharti bajarilmaydi. Bu holat geometrik shartning keyingi matematik amallar uchun qanday ahamiyatga ega ekanini ko‘rsatadi.

Ikkinchi masala. Fazoda to‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro vaziyatini aniqlash.

Mazkur masala geometrik munosabatlarni vektorli va koordinatali usullar orqali tahlil qilish, shuningdek, oraliq hisoblash natijalaridan noto‘g‘ri xulosa chiqarishning oldini olishga qaratilgan.

Standart ortonormal dekart koordinatalar sistemasida tekislik

Π: $x+y+z=3$ tenglama bilan, to‘g‘ri chiziq esa l: $X=A+td$ ko‘rinishida berilgan bo‘lsin. Bu yerda $A=(1;0;0)$, $d=(1;2;-1)$.

Tekislikning normal vektori $n=(1;1;1)$ bo‘ladi.

Geometrik jihatdan to‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro vaziyati uch xil bo‘lishi mumkin: ular bitta nuqtada kesishadi, to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel bo‘lib, umumiy nuqtaga ega bo‘lmaydi yoki to‘g‘ri chiziq to‘lig‘icha tekislikda yotadi.

Ushbu holatlarni farqlashda normal vektor bilan yo‘nalish vektorining skalyar ko‘paytmasidan foydalaniladi: nd=1+2+(-1)=2

Natija noldan farqli bo‘lganligi sababli to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel emas va ular bitta nuqtada kesishadi.

Buni koordinatali usul yordamida ham tekshirish mumkin. To‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamalari: $x=1+t$, $y=2t$, $z=-t$.

Ularni tekislik tenglamasiga qo‘yamiz: $1+t+2t-t=3$.

Bundan $1+2t=3$, $t=1$ natija olinadi. Parametrning ushbu qiymatini to‘g‘ri chiziq tenglamalariga qo‘yish orqali kesishish nuqtasi aniqlanadi: $P=(2;2;-1)$.

Olingan natijani tekshirish uchun nuqtaning to‘g‘ri chiziqqa tegishliligi va tekislik tenglamasini qanoatlantirishi ko‘rsatiladi: $2+2-1=3.2+2-1=3$.

Demak, P nuqta ikkala geometrik obyektga ham tegishli.

Mazkur masalaning metodik jihatdan muhim tomoni shundaki, $nd=0$ sharti har doim to‘g‘ri chiziq bilan tekislikning umumiy nuqtaga ega emasligini anglatmaydi. Bunday vaziyatda ikki xil holatni farqlash talab etiladi.

Masalan, yo‘nalish vektori $d=(1;-1;0)$ bo‘lsin. U holda $nd=1-1+0=0$.

Agar boshlang‘ich nuqta $A=(1;0;0)$ bo‘lsa, chiziqning parametrik tenglamalari $x=1+t$, $y=-t$, $z=0$ ko‘rinishida bo‘ladi. Ushbu ifodalarni tekislik tenglamasiga qo‘yish natijasida $x+y+z=1$ kelib chiqadi. Demak, chiziq tekislikka parallel va ular umumiy nuqtaga ega emas.

Agar boshlang‘ich nuqta $A=(1;2;0)$ qilib olinsa, shu yo‘nalishdagi chiziq uchun $x=1+t$, $y=2-t$, $z=0$ tenglamalar hosil bo‘ladi. Bu holda $x+y+z=3$ bo‘lib, chiziqning barcha nuqtalari tekislikka tegishli ekanligi aniqlanadi. Demak, to‘g‘ri chiziq tekislikda yotadi.

Ushbu ikki holatni taqqoslash orqali talabalarga yo‘nalish vektori bilan tekislikning normal vektori orasidagi munosabatning o‘zi yetarli emasligi, boshlang‘ich nuqtaning ham geometrik vaziyatni aniqlashda muhim o‘rin tutishi tushuntiriladi.

Tahlil qilingan masalalar asosida integratsiyalashgan o‘qitishning quyidagi izchilligi belgilandi: dastlab geometrik shart va munosabat aniqlanadi, keyin uning vektorli modeli tuziladi, so‘ngra koordinatali hisoblash bajariladi va yakunda natijaning geometrik mazmuni izohlanadi. Bunda yondashuvlarning qo‘llanish ketma-ketligi mavzu xususiyatiga qarab o‘zgarishi mumkin, biroq ular orasidagi mantiqiy bog‘liqlik saqlanishi zarur.

MUHOKAMA

Olingan natijalar analitik geometriyani o‘qitishda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlarning integratsiyasi geometrik tushunchalarni turli shakllarda bayon qilish bilangina cheklanmasligini ko‘rsatadi. Ushbu integratsiyaning asosiy metodik mohiyati geometrik tasdiqning mantiqiy asosini ochish, uni matematik modelga aylantirish va hisoblash natijasini dastlabki geometrik munosabat bilan bog‘lashdan iborat.

Birinchi masala tahlili geometrik tasdiqdan vektorli tavsifga, undan esa koordinatali tenglamaga o‘tish jarayonining o‘zaro bog‘liqligini ko‘rsatdi. Bunda ikki nuqta orqali yagona to‘g‘ri chiziq o‘tishi haqidagi geometrik tasdiq boshlang‘ich asos vazifasini bajarsa, vektorli ifoda chiziqning yo‘nalishini aniqlaydi, koordinatali tenglama esa uning barcha nuqtalarini algebraik shaklda ifodalaydi. Shu jihatdan mazkur masala talabalarda turli matematik ifodalarning bir

xil geometrik obyektni tasvirlashini anglash ko‘nikmasini shakllantirishga xizmat qiladi.

Ikkinchi masala esa geometrik munosabatlarni aniqlashda alohida algebraik shartlarni mazmunan to‘g‘ri talqin qilish zarurligini ko‘rsatadi. Xususan, to‘g‘ri chiziq yo‘nalish vektorining tekislik normal vektoriga perpendikulyarligi chiziqning tekislikka parallel yo‘nalganini bildiradi, biroq uning tekislikda yotishi yoki undan tashqarida joylashganini aniqlash uchun boshlang‘ich nuqtaning tekislikka tegishliligini ham tekshirish talab etiladi. Bu holat vektorli hisoblash natijasini geometrik shartlar bilan birgalikda tahlil qilish muhimligini asoslaydi.

Mazkur yondashuv R. Duval tomonidan ta’kidlangan turli matematik ifodalash tizimlari o‘rtasidagi o‘tishning bilish jarayonidagi ahamiyati bilan hamohangdir [3]. Shuningdek, geometrik masalalarni yechishda analitik, sintetik va vektorli usullarning o‘zaro bog‘liqligiga e’tibor qaratgan tadqiqotlar bilan metodik jihatdan mos keladi [1, 2, 4].

Tadqiqot natijalaridan kelib chiqib, analitik geometriya mashg‘ulotlarini tashkil etishda o‘qituvchiga bir necha metodik tavsiyalar berish mumkin. Avvalo, mavzuni tushuntirishda geometrik obyektning aniqlanish shartlari va unga tegishli asosiy tasdiqlar alohida izohlanishi lozim. Keyingi bosqichda vektorli ifodaning qanday geometrik munosabatni aks ettirishi ochib berilishi, koordinatali hisoblash esa muayyan matematik vazifani hal qilish vositasi sifatida qo‘llanishi maqsadga muvofiq. Hisoblash yakunida olingan natijani geometrik jihatdan tekshirish va sharhlashga alohida e’tibor qaratish talab etiladi.

Shuningdek, mashg‘ulotlarda faqat standart masalalar bilan cheklanmasdan, boshlang‘ich shartlardan biri o‘zgartirilganda geometrik natijaning qanday o‘zgarishini aniqlashga qaratilgan topshiriqlardan foydalanish samarali hisoblanadi. Masalan, ikki nuqta ustma-ust tushganda to‘g‘ri chiziqni aniqlashdagi muammo yoki to‘g‘ri chiziqning yo‘nalish vektori tekislik normal vektoriga perpendikulyar bo‘lganda yuzaga keladigan turli geometrik holatlarni tahlil qilish talabalarning matematik xulosalarni shartlar asosida chiqarish ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Shu bilan birga, taklif etilgan metodik yondashuv nazariy tahlil, matematik modellashtirish va namunaviy masalalarni didaktik loyihalashga asoslangan. Uning talabalarning bilim darajasi va geometrik fikrlash ko‘nikmalariga ta’sirini aniqlash uchun kelgusida tajriba-sinov tadqiqotlarini tashkil etish zarur. Bunda integratsiyalashgan o‘qitish natijalarini an’anaviy bayon usuli bilan qiyoslash, o‘zlashtirish ko‘rsatkichlari va mustaqil matematik mulohaza yuritish darajasini baholash muhim yo‘nalishlardan biri bo‘lishi mumkin.

XULOSA

Analitik geometriyani oliy ta’limda o‘qitishda aksiomatik, vektorli va koordinatali yondashuvlarni o‘zaro uyg‘unlashtirish geometrik bilimlarning mantiqiy asoslari, matematik ifodalanishi va hisoblash usullari o‘rtasidagi izchillikni ta’minlash imkonini beradi. Tadqiqot davomida ushbu yondashuvlarning didaktik

vazifalari aniqlashtirildi hamda ularni o‘quv jarayonida mazmunan bog‘liq holda qo‘llashning metodik asoslari ishlab chiqildi.

Aksiomatik yondashuv geometrik obyektlarning aniqlanish shartlari va ular orasidagi munosabatlarning mantiqiy asoslarini ochib berishga xizmat qilishi, vektorli yondashuv geometrik xususiyatlarni matematik munosabatlar orqali ifodalashi, koordinatali yondashuv esa hisoblash va tekshirish imkoniyatlarini yaratishi asoslandi. Ushbu uch yondashuvning o‘zaro muvofiqlashtirilishi geometrik mulohaza, matematik modellashtirish va analitik hisoblashni yagona o‘quv faoliyatiga birlashtiradi.

Ikki turli nuqta orqali o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq misolida geometrik shartdan vektorli va koordinatali ifodalarga o‘tish, shuningdek, hosil bo‘lgan tenglamalarning ekvivalentligini asoslash imkoniyatlari ko‘rsatildi. Fazoda to‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro vaziyatiga oid masala orqali esa vektorli shartlarni koordinatali hisoblash bilan to‘ldirish hamda natijalarni geometrik jihatdan to‘g‘ri talqin qilish zarurligi yoritildi.

Tadqiqot natijalariga asoslanib, analitik geometriya mashg‘ulotlarida geometrik shartlarni dastlabki bosqichda aniqlash, ularni vektorli modellashtirish, koordinatali hisoblash orqali tekshirish va yakuniy natijani geometrik mazmun bilan bog‘lash tavsiya etiladi. Shuningdek, talabalarga turli matematik ifodalar orasidagi o‘tish sabablarini mustaqil izohlash, muqobil yechimlarni taqqoslash va boshlang‘ich shartlar o‘zgarganda natijalarni qayta tahlil qilishga yo‘naltirilgan topshiriqlar berish maqsadga muvofiq.

Umuman olganda, taklif etilgan metodik yondashuv analitik geometriyani o‘qitishda nazariy asoslash, vektorli fikrlash va koordinatali hisoblashni o‘zaro bog‘liq holda tashkil etishga xizmat qiladi. Undan oliy ta’lim muassasalarida ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlar mazmunini takomillashtirish, o‘quv topshiriqlarini loyihalash hamda talabalarning geometrik fikrlash va matematik tahlil ko‘nikmalarini rivojlantirishda foydalanish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Desai S., Bush S. B., Safi F. Mathematical Representations in the Teaching and Learning of Geometry: A Review of the Literature from the United States // Electronic Journal for Research in Science & Mathematics Education. 2021. Vol. 25, No. 4. P. 6–22.

2. Baran Bulut D., Güven B. Pre-service Teachers’ Approach Preferences in Geometry Problems: Analytic, Synthetic or Vectorial? // Turkish Online Journal of Educational Technology. 2023. Vol. 22, No. 4. P. 173–188.

3. Duval R. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics // Educational Studies in Mathematics. 2006. Vol. 61. P. 103–131. DOI: 10.1007/s10649-006-0400-z.

4. Mut A. İ. An Integrated Use of Vectorial Approach with Analytical and Synthetic Approaches: A Teaching Experiment with Eleventh Grade Students on Quadrilaterals. PhD dissertation. Middle East Technical University, 2016.

5. Jablonski S., Ludwig M. Teaching and Learning of Geometry—A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice // Education Sciences. 2023. Vol. 13, No. 7. Article 682. DOI: 10.3390/educsci13070682.

6. Weigand H.-G., Hollebrands K., Maschietto M. Geometry Education at Secondary Level – a Systematic Literature Review // ZDM – Mathematics Education. 2025. Vol. 57. P. 829–843. DOI: 10.1007/s11858-025-01703-1.

7. Axler S. Linear Algebra Done Right. 4th ed. Cham: Springer, 2024. XVII + 390 p. DOI: 10.1007/978-3-031-41026-0.