FAN VA TA’LIM YANGILIKLARI
ILMIY-METODIK JURNAL
ISSN 3093-8694 ◆ saen.uz
2026-yil
11-son

UDK: 372.851

Malikov Jandos,
Murodilloyev Halimjon,
Abdurahimova Gulhayo,
Xalqaro Nordik universiteti magistrantlari

EHTIMOLLAR NAZARIYASIGA DOIR MASALALAR YECHISHDA O‘QUVCHILARNING MANTIQIY VA TANQIDIY FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI

Annotatsiya. Mazkur maqolada umumiy o‘rta ta’lim maktablarida ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechish jarayonida o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish metodikasi tadqiq etilgan. Tadqiqotda TIMSS 2023 va PISA 2022 xalqaro baholash dasturlari natijalari, ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarni o‘rganishga qaratilgan empirik tadqiqotlar hamda tanqidiy fikrlashni rivojlantirish samaradorligi bo‘yicha meta-tahlillar ma’lumotlari tahlil qilingan. TIMSS 2023 natijalariga ko‘ra, O‘zbekistonning 8-sinf o‘quvchilari «Ma’lumotlar va ehtimollik» yo‘nalishida 371 ball to‘plagan bo‘lib, bu umumiy matematika natijasidan 50 ballga pastdir. Mazkur holat asosida ehtimollik masalalarini o‘qitishda o‘quvchilarning dastlabki taxminlarini tajriba orqali tekshirish, matematik asoslash va o‘z fikrlarini tahlil qilishga yo‘naltirilgan to‘rt bosqichli metodik model ishlab chiqilgan. Shuningdek, ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarni aniqlashga xizmat qiluvchi topshiriqlar hamda o‘quvchilar faoliyatini baholash mezonlari taklif etilgan.

Kalit so‘zlar: ehtimollar nazariyasi, mantiqiy fikrlash, tanqidiy fikrlash, ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlar, reprezentativlik evristikasi, matematik savodxonlik, TIMSS, PISA, matematika o‘qitish metodikasi.

МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО И КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Аннотация. В статье рассматривается методика развития логического и критического мышления учащихся общеобразовательных школ в процессе решения задач по теории вероятностей. В исследовании анализируются результаты международных исследований TIMSS 2023 и PISA 2022, эмпирические данные о вероятностных заблуждениях учащихся, а также результаты метаанализов эффективности обучения критическому мышлению. Согласно результатам TIMSS 2023, средний балл учащихся 8-х классов Узбекистана по направлению «Данные и вероятность» составил 371 балл, что на 50 баллов ниже общего результата по математике. С учётом выявленных проблем разработана четырёхэтапная методическая модель, основанная на последовательности «прогнозирование – эксперимент – объяснение – рефлексия». Предложены диагностические задания для выявления распространённых вероятностных заблуждений, а также критерии оценивания логического обоснования, математического моделирования и самостоятельного анализа учащихся.

Ключевые слова: теория вероятностей, логическое мышление, критическое мышление, вероятностные заблуждения, эвристика репрезентативности, математическая грамотность, TIMSS, PISA, методика преподавания математики.

A METHODOLOGY FOR DEVELOPING STUDENTS' LOGICAL AND CRITICAL THINKING THROUGH SOLVING PROBABILITY THEORY PROBLEMS

Abstract. This article examines a methodology for developing secondary school students' logical and critical thinking through solving problems in probability theory. The study analyzes the results of the international TIMSS 2023 and PISA 2022 assessments, empirical research on students' probabilistic misconceptions, and meta-analyses concerning the effectiveness of critical thinking instruction. According to TIMSS 2023, Uzbek eighth-grade students achieved an average score of 371 in the "Data and Probability" domain, which is 50 points below their overall mathematics score. Based on these findings, a four-stage instructional model consisting of prediction, experimentation, explanation, and reflection is proposed. The article also presents diagnostic tasks designed to identify common probabilistic misconceptions and assessment criteria for evaluating students' logical reasoning, mathematical modeling, and critical analysis. The proposed methodology aims to make probability lessons more inquiry-based, interactive, and focused on evidence-based reasoning.

Keywords: probability theory, logical thinking, critical thinking, probabilistic misconceptions, representativeness heuristic, mathematical literacy, TIMSS, PISA, mathematics teaching methodology.

KIRISH

Bugungi kunda axborot oqimining jadallashuvi, raqamli texnologiyalarning keng tarqalishi va kundalik hayotda statistik ma'lumotlardan foydalanishning ortib borishi insondan mustaqil fikrlash, vaziyatlarni tahlil qilish va noaniqlik sharoitida to‘g‘ri qaror qabul qilish ko‘nikmalarini talab etmoqda. Bunday sharoitda matematik ta'limning vazifasi faqat hisoblash amallarini bajarishga o‘rgatish bilan cheklanmay, balki o‘quvchilarda mantiqiy mushohada yuritish, dalillarni baholash, muammoli vaziyatlarga tanqidiy yondashish va asoslangan xulosalar chiqarish qobiliyatini ham shakllantirishdan iboratdir.

Matematika fanining ehtimollar nazariyasi bo‘limi aynan shu ko‘nikmalarni rivojlantirish uchun muhim didaktik imkoniyatlarga ega. Chunki ehtimollik bilan bog‘liq vaziyatlarda insonning dastlabki taxmini har doim ham matematik qonuniyatlarga mos kelavermaydi. Masalan, tanga bir necha marta ketma-ket bir tomoni bilan tushganidan keyin keyingi tashlashda ikkinchi tomon tushishi ehtimoli ortadi, degan tasavvur mustaqil hodisalar mohiyatini noto‘g‘ri tushunish natijasida yuzaga keladi. Bunday vaziyatlar o‘quvchini o‘z fikrini qayta ko‘rib chiqishga, taxminini tajriba bilan tekshirishga va matematik dalillarga asoslanib xulosa chiqarishga undaydi.

D. Kahneman va A. Tversky tomonidan olib borilgan tadqiqotlarda insonlarning noaniqlik sharoitida ko‘pincha reprezentativlik va mavjudlik evristikalariga tayanishi, buning natijasida esa muntazam fikrlash xatolari yuzaga kelishi aniqlangan [1; 2]. Mualliflarning keyingi tadqiqotlarida murakkab hodisa ehtimolini uning tarkibidagi oddiy hodisa ehtimolidan yuqori baholash, ya'ni konyunksiya xatosi ham keng tarqalganligi asoslab berilgan [3].

Ehtimollar nazariyasini o‘qitish jarayonida mazkur muammolarni hisobga olish muhimdir. O‘quvchi tayyor formulani yodlab, masalani mexanik ravishda yechishi mumkin, biroq ehtimolning mazmunini anglamasligi natijasida kundalik hayotdagi tasodifiy hodisalarni noto‘g‘ri talqin qilishi ehtimoli mavjud. Shu sababli ehtimollik mavzularini o‘rganishda nazariy bilimlarni amaliy tajribalar, kuzatishlar va mantiqiy tahlil bilan uyg‘unlashtirish zarur.

O‘zbekiston Respublikasida ham matematika ta’limi sifatini oshirish, o‘quvchilarning matematik savodxonligini rivojlantirish va xalqaro baholash dasturlarida yuqori natijalarga erishish davlat ta’lim siyosatining muhim yo‘nalishlaridan hisoblanadi. Xususan, Prezidentning 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-son qarorida matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqot ishlarini rivojlantirish vazifalari belgilangan [10]. Shuningdek, 2019-yil 29-apreldagi PF-5712-son Farmon bilan tasdiqlangan Xalq ta’limi tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida O‘zbekistonning PISA xalqaro baholash dasturidagi natijalarini yaxshilash ustuvor vazifalardan biri sifatida qayd etilgan [11].

TIMSS va PISA xalqaro tadqiqotlari natijalari o‘quvchilarning matematik bilimlarini real vaziyatlarda qo‘llash, statistik ma’lumotlarni tahlil qilish va ehtimoliy xulosalar chiqarish ko‘nikmalarini rivojlantirish zarurligini ko‘rsatmoqda. Shu nuqtayi nazardan, ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechish orqali o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantirishga yo‘naltirilgan samarali metodikani ishlab chiqish dolzarb ilmiy-pedagogik masala hisoblanadi.

Tadqiqotning asosiy maqsadi xalqaro baholash natijalari va ilmiy tadqiqotlar tahlili asosida ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechish jarayonida o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantirish metodikasini ishlab chiqishdan iborat.

MAVZU BO‘YICHA ADABIYOTLAR TAHLILI

Ehtimollar nazariyasini o‘qitish, inson tafakkurida shakllanadigan ehtimoliy tasavvurlar va tanqidiy fikrlashni rivojlantirish masalalari xorijiy olimlar tomonidan keng o‘rganilgan.

D. Kahneman va A. Tversky noaniqlik sharoitida insonlarning qaror qabul qilish jarayonini tadqiq etib, ehtimoliy hodisalarni baholashda turli kognitiv evristikalardan foydalanishini aniqlagan. Ularning fikricha, inson ko‘pincha mavjud ma’lumotlar va hodisalarning tashqi o‘xshashligiga asoslanib xulosa chiqaradi. Bunday yondashuv ayrim holatlarda to‘g‘ri natijaga olib kelsa-da, ehtimollik qonuniyatlarini baholashda xatolarga sabab bo‘lishi mumkin [1; 2].

A. Tversky va D. Kahnemanning konyunksiya xatosiga bag‘ishlangan tadqiqotlari ham ehtimoliy fikrlashning muhim jihatlarini ochib beradi. Unga ko‘ra, insonlar ba’zan bir vaqtning o‘zida ikkita shartning bajarilishi ehtimolini ulardan bittasining bajarilish ehtimolidan yuqori deb baholaydilar. Vaholanki, matematik jihatdan qo‘shma hodisaning ehtimoli uning tarkibidagi har bir hodisa ehtimolidan katta bo‘lishi mumkin emas [3].

E. Fischbein va D. Schnarch ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarning yoshga qarab o‘zgarishini o‘rgangan. Ularning tadqiqotlari ayrim ehtimoliy xatolar o‘quvchilarning yoshi va bilim darajasi ortishi bilan kamayishini, boshqa xatolar esa uzoq vaqt davomida saqlanib qolishini ko‘rsatadi [4]. E. Fischbein va A. Gazit esa ehtimollar nazariyasini maqsadli o‘qitish o‘quvchilarning ehtimoliy sezgilarini rivojlantirishga ijobiy ta’sir ko‘rsatishini asoslagan [5].

C. Konold o‘quvchilarning ehtimollik haqidagi dastlabki tasavvurlarini tahlil qilib, ularning ayrimlari ehtimolni hodisaning ro‘y berishi yoki bermasligi haqidagi aniq bashorat sifatida qabul qilishini aniqlagan [6]. M.-P. Lecoutre tadqiqotlarida esa tasodifiy hodisalarni teng imkoniyatli deb qabul qilishga moyillik, ya’ni teng ehtimollik xatosi yoritilgan [7].

C. Batanero va hammualliflar ehtimollar nazariyasini o‘qitishning zamonaviy yondashuvlarini umumlashtirib, klassik, chastotaviy va subyektiv ehtimollik yondashuvlarini o‘zaro uyg‘unlashtirish zarurligini ta’kidlaganlar [8]. Bu yondashuv ehtimollikni faqat nazariy formula orqali emas, balki real tajribalar, kuzatishlar va ma’lumotlarni tahlil qilish orqali o‘rgatish muhimligini ko‘rsatadi.

Tanqidiy fikrlashning nazariy asoslari P. Facione tomonidan ishlab chiqilgan Delfi hisoboti bilan ham chambarchas bog‘liq. Mazkur hisobotda tanqidiy fikrlash talqin qilish, tahlil etish, baholash, xulosa chiqarish, tushuntirish va o‘z-o‘zini nazorat qilish kabi oltita asosiy ko‘nikma orqali tavsiflangan [9]. Ushbu ko‘nikmalar ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechishda ham muhim ahamiyatga ega.

P. Abrami va hammualliflari tomonidan olib borilgan meta-tahlillarda tanqidiy fikrlashni maqsadli o‘qitish orqali rivojlantirish mumkinligi ilmiy jihatdan asoslangan. Tadqiqotchilar o‘quvchilar o‘rtasidagi muloqot, real hayotiy muammolarni tahlil qilish va o‘qituvchining yo‘naltiruvchi yordami tanqidiy fikrlash samaradorligini oshirishini ta’kidlaydilar [17; 18].

Mahalliy tadqiqotlarda ham ehtimollar nazariyasining matematik asoslari va uni o‘qitish masalalariga e’tibor qaratilgan. Jumladan, F.B. Jo‘rayev ehtimollar nazariyasining matematik asoslarini yoritib, mazkur yo‘nalishdagi nazariy bilimlarning ahamiyatini ko‘rsatgan [12].

Mavjud ilmiy adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, ehtimollikni o‘qitish va tanqidiy fikrlashni rivojlantirish masalalari alohida yo‘nalishlarda yetarlicha tadqiq etilgan. Biroq ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarni aniqlash, ularni tajriba orqali bartaraf etish va tanqidiy fikrlash ko‘nikmalarini yagona metodik tizim asosida rivojlantirish masalasi yanada chuqur tadqiq etishni talab qiladi.

METODOLOGIYA

Tadqiqotda qiyosiy-tahliliy, tizimli-strukturaviy, kontent-tahlil va pedagogik modellashtirish metodlaridan foydalanildi. Tadqiqotning nazariy asosini ehtimollar nazariyasini o‘qitish, ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlar va tanqidiy fikrlashni rivojlantirishga bag‘ishlangan ilmiy manbalar tashkil etdi.

Xalqaro baholash natijalarini tahlil qilishda IEA tashkilotining TIMSS 2023 xalqaro hisoboti hamda OECD tashkilotining PISA 2022 natijalaridan foydalanildi [13; 15]. Shuningdek, E. Fischbein va D. Schnarch tomonidan olib borilgan empirik tadqiqotlar, M.J. Cañizares va C. Batanero ishlaridagi teng ehtimollik xatosiga oid natijalar ham o‘rganildi [4; 16].

TIMSS 2023 tadqiqotida O‘zbekistonning 166 ta maktabidan 8800 nafar o‘quvchi ishtirok etgan. Ulardan 4450 nafari 4-sinf, 4350 nafari esa 8-sinf o‘quvchilaridir [14]. Mazkur baholash dasturida matematika mazmuni sonlar, algebra, geometriya va o‘lchash, ma’lumotlar va ehtimollik kabi yo‘nalishlarni qamrab oladi. Kognitiv jihatdan esa bilish, qo‘llash va mulohaza yuritish faoliyatlari baholanadi [13].

Ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarni aniqlash maqsadida reprezentativlik evristikasi, salbiy ketma-ketlik effekti, konyunksiya xatosi, tanlanma hajmini e’tiborsiz qoldirish va teng ehtimollik xatosi kabi hodisalar tahlil qilindi. Ushbu hodisalar asosida maktab o‘quvchilari uchun moslashtirilgan diagnostik topshiriqlar ishlab chiqildi.

Tanqidiy fikrlashni rivojlantirishga qaratilgan metodik model P. Facione tomonidan tavsiflangan oltita asosiy ko‘nikma hamda P. Abrami va hammualliflarining ta’lim samaradorligiga oid meta-tahlillari asosida shakllantirildi [9; 18].

Tadqiqot doirasida taklif etilgan metodik model to‘rtta o‘zaro bog‘liq bosqichdan tashkil topdi: bashorat qilish, tajriba o‘tkazish, matematik tushuntirish va refleksiya. Har bir bosqich o‘quvchining mustaqil fikrlashi, matematik dalillar bilan ishlashi va o‘z xulosalarini asoslashiga yo‘naltirildi.

NATIJALAR

Tadqiqot davomida o‘rganilgan xalqaro baholash natijalari O‘zbekiston o‘quvchilarining ehtimollik va ma’lumotlar bilan ishlash yo‘nalishidagi bilimlarini yanada rivojlantirish zarurligini ko‘rsatdi.

PISA 2022 xalqaro baholash dasturida O‘zbekistonning 15 yoshli o‘quvchilari matematik savodxonlik bo‘yicha 364 ball to‘plagan. OECD mamlakatlari bo‘yicha o‘rtacha natija esa 472 ballni tashkil etgan. O‘zbekiston ushbu ko‘rsatkich bilan 81 ta ishtirokchi orasida 72-o‘rinni egallagan [15]. Mazkur natijalar o‘quvchilarning matematik bilimlarni amaliy vaziyatlarda qo‘llash, ma’lumotlarni tahlil qilish va asoslangan xulosalar chiqarish ko‘nikmalarini takomillashtirish zarurligini ko‘rsatadi.

TIMSS 2023 natijalariga ko‘ra, O‘zbekiston 8-sinf o‘quvchilarining matematika fanidan umumiy o‘rtacha bali 421 ni tashkil etgan. Mazmun sohalari bo‘yicha esa «Ma’lumotlar va ehtimollik» yo‘nalishidagi natija 371 ballga teng bo‘lgan. Bu umumiy matematika natijasidan 50 ballga pastdir [13].

Taqqoslash uchun Singapurda umumiy matematika natijasi 605 ball, «Ma’lumotlar va ehtimollik» yo‘nalishidagi natija 615 ballni tashkil etgan. Turkiyada ushbu

ko‘rsatkichlar mos ravishda 509 va 529 ball, Qozog‘istonda esa 454 va 432 ball bo‘lgan. Demak, O‘zbekiston o‘quvchilarida ehtimollik va ma’lumotlar bilan ishlash yo‘nalishidagi nisbiy farq qiyoslangan mamlakatlarga qaraganda yuqoriroq ekanligi kuzatiladi [13].

Kognitiv faoliyat yo‘nalishlari bo‘yicha O‘zbekiston o‘quvchilari bilishda 416, qo‘llashda 423, mulohaza yuritishda 418 ball to‘plagan. Ushbu ko‘rsatkichlarning o‘zaro yaqinligi ehtimollik sohasidagi past natijalarni faqat umumiy fikrlash qobiliyati bilan izohlash mumkin emasligini ko‘rsatadi. Muammoning muhim jihatlaridan biri ehtimoliy mazmunni o‘zlashtirish va uni amaliy vaziyatlarda qo‘llash metodikasini takomillashtirish bilan bog‘liq.

Ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarning shakllanishi va yoshga qarab o‘zgarishi ham tadqiqotning muhim natijalaridan biri bo‘ldi. E. Fischbein va D. Schnarch tomonidan olib borilgan tadqiqotda 5-, 7-, 9-, 11-sinf o‘quvchilari hamda bo‘lajak matematika o‘qituvchilarining ehtimollik haqidagi tasavvurlari o‘rganilgan [4].

Natijalarga ko‘ra, reprezentativlik xatosi 5-sinf o‘quvchilarida 70 foizni, 7-sinfda 55 foizni, 9- va 11-sinflarda 35 foizni, bo‘lajak o‘qituvchilarda esa 22 foizni tashkil etgan. Salbiy ketma-ketlik effekti ham yosh ortishi bilan kamayib, dastlabki guruhdagi 35 foiz ko‘rsatkichdan bo‘lajak o‘qituvchilarda nol darajagacha tushgan.

Biroq barcha ehtimoliy xatolar yosh ortishi bilan kamaymagan. Masalan, murakkab va oddiy hodisalar ehtimolini tenglashtirish xatosi turli yosh guruhlarida 70–78 foiz oralig‘ida saqlanib qolgan. Tanlanma hajmini e’tiborsiz qoldirish bilan bog‘liq xato esa 5-sinfda 10 foizni tashkil etgan bo‘lsa, 11-sinfda 80 foizga, bo‘lajak o‘qituvchilarda 89 foizga yetgan. Mavjudlik evristikasiga asoslangan noto‘g‘ri xulosalar ham yuqori sinflarda ko‘proq kuzatilgan [4].

M.J. Cañizares va C. Batanero tadqiqotlarida ham teng ehtimollik xatosining barqaror xususiyatga ega ekanligi aniqlangan. Tadqiqot natijalariga ko‘ra, ayrim topshiriqlarda o‘quvchilarning taxminan to‘rtdan bir qismi teng ehtimollik haqidagi noto‘g‘ri tasavvurga asoslangan javoblarni tanlagan. Hatto 14 yoshli o‘quvchilarning 18 foizida ham ushbu xato saqlanib qolgan [16].

Mazkur natijalar ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlarni faqat nazariy tushuntirish bilan bartaraf etish qiyinligini ko‘rsatadi. Shu sababli o‘quvchilarga o‘z taxminlarini tajriba orqali tekshirish, natijalarni taqqoslash va matematik asoslash imkonini beradigan topshiriqlar tizimini qo‘llash maqsadga muvofiq.

Tadqiqotning yana bir muhim natijasi tanqidiy fikrlashni rivojlantirish strategiyalarining samaradorligi bilan bog‘liq. P. Abrami va hammualliflarining 2008-yildagi meta-tahlilida 20 698 nafar ishtirokchini qamrab olgan 117 ta tadqiqot natijalari umumlashtirilib, tanqidiy fikrlashni rivojlantirish bo‘yicha o‘rtacha effekt hajmi 0,341 ni tashkil etgani aniqlangan [17]. 2015-yildagi kengaytirilgan meta-tahlilda esa o‘rtacha effekt hajmi 0,30 ga teng bo‘lgan. Muloqot, real hayotiy muammolarni tahlil qilish va o‘qituvchining yo‘naltiruvchi yordami birgalikda qo‘llanilganda samaradorlik 0,57 gacha yetgan [18].

Ushbu ilmiy natijalarga asoslanib, ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechishda o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantirishga qaratilgan to‘rt bosqichli metodik model taklif etildi.

Birinchi bosqich — **bashorat qilish**. Ushbu bosqichda o‘qituvchi o‘quvchilarga muammoli vaziyatni taqdim etadi va ulardan masalani hisoblashdan oldin taxminiy javob berishni so‘raydi. O‘quvchilar o‘z fikrlarini mustaqil bayon etadilar va tanlagan javoblarini qisqacha asoslaydilar. Bu jarayon ularning dastlabki tasavvurlarini aniqlash va fikrini erkin ifodalashga yordam beradi.

Ikkinchi bosqich — **tajriba o‘tkazish**. O‘quvchilar juftlik yoki kichik guruhlarda tanga, kubik, kartochkalar va boshqa vositalardan foydalanib, amaliy tajribalar bajaradilar. Tajriba davomida olingan natijalarni qayd etadilar, hodisalarning takrorlanish chastotasini hisoblaydilar va dastlabki bashoratlari bilan taqqoslaydilar. Bu bosqichda kuzatish, ma’lumotlarni tahlil qilish va dalillarga asoslanish ko‘nikmalari rivojlanadi.

Uchinchi bosqich — **matematik tushuntirish**. Mazkur bosqichda o‘qituvchi o‘quvchilarning tajriba natijalarini ehtimollikning matematik qonuniyatlari bilan bog‘laydi. O‘quvchilar elementar hodisalar fazosini aniqlaydilar, matematik model tuzadilar va tegishli formulalar yordamida ehtimollikni hisoblaydilar. Shuningdek, nazariy natija bilan tajribada olingan chastota o‘rtasidagi munosabatni tahlil qiladilar.

To‘rtinchi bosqich — **refleksiya**. Ushbu bosqichda o‘quvchilar dastlabki taxminlarini qayta ko‘rib chiqadilar, xatolarining sabablarini aniqlaydilar va o‘z xulosalarini asoslaydilar. O‘qituvchi muhokama tashkil etib, o‘quvchilarni «Nima uchun dastlabki taxminimiz noto‘g‘ri bo‘ldi?», «Qaysi matematik qonuniyat bu natijani izohlaydi?» kabi savollar ustida fikrlashga undaydi.

Taklif etilgan modelni amaliyotga tatbiq etishda bir nechta diagnostik topshiriqlardan foydalanish mumkin. Masalan, 40 ta sondan oltitasini tanlashga asoslangan lotereya masalasida o‘quvchilarga 1, 2, 3, 4, 5, 6 ketma-ketligidagi sonlar bilan 3, 12, 19, 27, 33, 40 sonlaridan tashkil topgan kombinatsiyalardan qaysi biri ehtimoliyroq ekanligi so‘raladi. Bu topshiriq reprezentativlik evristikasini aniqlashga xizmat qiladi. Aslida, oltita sonni tanlashning har bir aniq kombinatsiyasi teng ehtimollikka ega.

Yana bir topshiriqda tanga to‘rt marta ketma-ket gerb tomoni bilan tushganidan keyin beshinchi tashlashda qaysi tomon tushishi ehtimoliyroq ekanligi so‘raladi. O‘quvchilar ayrim hollarda raqam tomonining tushish ehtimoli ortadi, deb hisoblaydilar. Biroq mustaqil hodisalar sharoitida har bir tashlash natijasi avvalgi tashlashlarga bog‘liq emas. Ushbu topshiriq salbiy ketma-ketlik effektini aniqlash imkonini beradi.

Ikki kubik tashlashga oid topshiriq ham muhim diagnostik ahamiyatga ega. O‘quvchilardan «5 va 6» natijasi yoki «6 va 6» natijasi qaysi biri ehtimoliyroq ekanligi so‘raladi. Agar kubiklar bir-biridan farqlanadigan deb qaralsa, «5 va 6» natijasi

(5; 6) va (6; 5) ko‘rinishida ikki xil usulda, «6 va 6» natijasi esa faqat bitta usulda yuzaga keladi. Shuning uchun:

$P(5 \text{ va } 6) = 2/36 \approx 0{,}056;$

$P(6 \text{ va } 6) = 1/36 \approx 0{,}028.$

Demak, «5 va 6» natijasining ehtimoli «6 va 6» natijasining ehtimolidan ikki baravar yuqori.

Konyunksiya xatosini aniqlash uchun tasodifiy tanlangan shaxsning talaba bo‘lishi yoki tibbiyot oliygohi talabasi bo‘lishi bilan bog‘liq vaziyatdan foydalanish mumkin. Bunda tibbiyot oliygohi talabasi bo‘lish hodisasi talaba bo‘lish hodisasining tarkibiga kirishi sababli quyidagi matematik munosabatga amal qilinadi:

$P(A \cap B) \leq \min\{P(A), P(B)\}.$

Mazkur munosabatni Eyler–Venn diagrammasi yordamida tushuntirish o‘quvchilarning mantiqiy xulosalar chiqarish qobiliyatini rivojlantiradi.

Shuningdek, kuniga turli miqdorda bola tug‘iladigan ikki tug‘ruqxonada o‘g‘il bolalar ulushi 60 foizdan oshadigan kunlar qaysi birida ko‘proq uchrashi haqidagi masala tanlanma hajmi ta’sirini tushuntirishga yordam beradi. Bunda kichik tanlanmalarda tasodifiy tebranishlar kattaroq bo‘lishi, katta tanlanmalarda esa natijalar nazariy ko‘rsatkichga yaqinlashishi mumkinligi tajriba orqali izohlanadi.

O‘quvchilar faoliyatini baholashda faqat yakuniy javobning to‘g‘riligini emas, balki masalani yechish jarayonini ham hisobga olish zarur. Shu maqsadda to‘rtta asosiy mezondan foydalanish taklif etiladi: matematik modelni to‘g‘ri tanlash, hisoblash amallarining aniqligi, xulosani mantiqiy asoslash va o‘z fikrini qayta tahlil qilish. Har bir mezon 0 dan 3 ballgacha baholanib, umumiy natija 12 ballni tashkil etadi.

MUHOKAMA

Tadqiqot natijalari ehtimollar nazariyasini o‘qitishda an’anaviy yondashuvni takomillashtirish, xususan, o‘quvchilarning mustaqil fikrlashi va amaliy tajriba asosida bilim hosil qilishiga ko‘proq e’tibor qaratish zarurligini ko‘rsatadi.

TIMSS 2023 natijalarida O‘zbekiston o‘quvchilarining «Ma’lumotlar va ehtimollik» yo‘nalishidagi ko‘rsatkichi umumiy matematika natijasidan 50 ballga past bo‘lishi ushbu bo‘limni o‘qitish metodikasini qayta ko‘rib chiqish lozimligini anglatadi [13]. Bunda faqat nazariy ma’lumotlar va formulalarni ko‘paytirish emas, balki o‘quvchilarning ehtimoliy vaziyatlarni mustaqil tahlil qilishiga imkon beruvchi ta’lim muhitini yaratish muhimdir.

Ehtimollik masalalarini yechishda o‘quvchilarning dastlabki tasavvurlariga alohida e’tibor berish lozim. Chunki ular ayrim holatlarda matematik qonuniyatlarga zid bo‘lgan kundalik tajribaga asoslangan xulosalar chiqaradilar. E. Fischbein va D. Schnarch tadqiqotlarida ayrim ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlar yuqori sinflarda ham saqlanib qolishi aniqlangan [4]. Bu esa ehtimollikni o‘qitish jarayonida xatolarni faqat baholash vositasi sifatida emas, balki yangi bilimlarni shakllantirish uchun didaktik imkoniyat sifatida ko‘rib chiqish zarurligini ko‘rsatadi.

Masalan, ikki kubik tashlashga oid topshiriqda o‘quvchi dastlab «5 va 6» hamda «6 va 6» natijalarini teng ehtimolli deb hisoblashi mumkin. Bunday vaziyatda o‘qituvchining darhol to‘g‘ri javobni aytishi o‘quvchining noto‘g‘ri tasavvurini chuqur anglashiga yetarli bo‘lmaydi. Aksincha, kubiklarni tashlash, natijalarni qayd etish, barcha mumkin bo‘lgan holatlarni jadval yoki diagrammada tasvirlash orqali o‘quvchi xatoning sababini mustaqil aniqlash imkoniga ega bo‘ladi.

Shu jihatdan «bashorat – tajriba – tushuntirish – refleksiya» modeli ehtimollar nazariyasini o‘qitish uchun samarali metodik asos bo‘lib xizmat qilishi mumkin. Modelning muhim jihati shundaki, o‘quvchi dastlabki fikrini yashirmaydi, balki uni tekshiriladigan taxmin sifatida ilgari suradi. Tajriba natijalari esa ushbu taxminning to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini aniqlashga yordam beradi. Keyingi bosqichda matematik asoslash orqali bilim mustahkamlanadi.

P. Abrami va hammualliflarining meta-tahlillari ham tanqidiy fikrlashni rivojlantirishda o‘quvchilar o‘rtasidagi muloqot, real muammolarni tahlil qilish va o‘qituvchining yo‘naltiruvchi faoliyati muhim ekanligini tasdiqlaydi [17; 18]. Demak, ehtimollik darslarida guruhli ishlash, munozara, muammoli savollar va tajriba natijalarini taqqoslash usullaridan foydalanish maqsadga muvofiq.

Taklif etilgan metodika o‘qituvchining rolini ham o‘zgartirishni nazarda tutadi. O‘qituvchi faqat tayyor bilimlarni yetkazuvchi emas, balki o‘quvchilarning izlanish faoliyatini tashkil etuvchi, ularni mustaqil xulosaga yo‘naltiruvchi va fikrlash jarayonini boshqarishga yordam beruvchi pedagog sifatida namoyon bo‘ladi.

Shu bilan birga, mazkur metodik modelni amaliyotga tatbiq etishda sinfdagi o‘quvchilar soni, dars uchun ajratilgan vaqt, mavjud didaktik vositalar va o‘quvchilarning tayyorgarlik darajasini hisobga olish zarur. Raqamli simulyatsiyalar, elektron ta’lim resurslari va oddiy tajriba vositalaridan foydalanish metodikaning imkoniyatlarini kengaytiradi.

Tadqiqotning muhim cheklovi shundaki, taklif etilgan metodik model xalqaro tadqiqotlar va ilmiy manbalar tahliliga asoslangan holda ishlab chiqilgan. Uning O‘zbekiston umumta’lim maktablaridagi real samaradorligini aniqlash uchun tajriba va nazorat guruhlari ishtirokida maxsus pedagogik tajriba-sinov ishlarini tashkil etish talab etiladi.

XULOSA

Ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni yechish jarayonida o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantirishga qaratilgan tadqiqot natijalari asosida quyidagi xulosalarga kelindi.

Birinchidan, TIMSS 2023 va PISA 2022 xalqaro baholash natijalari O‘zbekiston o‘quvchilarining matematik savodxonligini, xususan, ma’lumotlar va ehtimollik bilan ishlash ko‘nikmalarini yanada rivojlantirish zarurligini ko‘rsatadi. TIMSS 2023 da 8-sinf o‘quvchilarining «Ma’lumotlar va ehtimollik» yo‘nalishidagi o‘rtacha bali 371 ni tashkil etib, umumiy matematika natijasidan 50 ballga past bo‘lgan [13].

Ikkinchidan, ehtimoliy noto‘g‘ri tasavvurlar o‘quvchilarning yoshi va matematik bilim darajasi ortishi bilan har doim ham o‘z-o‘zidan bartaraf etilmaydi. Reprezentativlik va salbiy ketma-ketlik effektlari kamayishi mumkin, biroq konyunksiya xatosi, tanlanma hajmini e’tiborsiz qoldirish va teng ehtimollik xatosi kabi holatlar yuqori sinflarda ham uchraydi [4; 16]. Shu sababli mazkur xatolarni aniqlash va bartaraf etishga yo‘naltirilgan maxsus topshiriqlar tizimini ishlab chiqish zarur.

Uchinchidan, tanqidiy fikrlashni rivojlantirishda muammoli vaziyatlar, tajribalar, guruhli muhokamalar va mustaqil xulosalar chiqarish muhim ahamiyatga ega. Meta-tahlillar ushbu yondashuvlarning ta’lim jarayonidagi samaradorligini tasdiqlaydi [17; 18].

To‘rtinchidan, taklif etilgan «bashorat – tajriba – tushuntirish – refleksiya» modeli ehtimollar nazariyasiga doir masalalarni o‘qitishda o‘quvchilarning mustaqil fikrlashini rivojlantirishga xizmat qiladi. Modelning har bir bosqichi o‘quvchining muammoni anglash, taxmin qilish, tajriba orqali tekshirish, matematik asoslash va o‘z faoliyatini tahlil qilish ko‘nikmalarini shakllantirishga yo‘naltirilgan.

Beshinchidan, o‘quvchilar bilimini baholashda yakuniy javob bilan bir qatorda masalani yechish jarayonidagi mantiqiy izchillik, matematik modelning to‘g‘ri tanlanishi, hisoblash aniqligi va xulosaning asoslanganligini ham hisobga olish lozim. Taklif etilgan 12 ballik baholash mezoni o‘quvchilarning fikrlash faoliyatini kompleks baholash imkonini beradi.

Umuman olganda, ehtimollar nazariyasini o‘qitishda nazariy bilimlarni amaliy tajriba, mantiqiy tahlil va tanqidiy mulohaza bilan uyg‘unlashtirish o‘quvchilarning matematik savodxonligini rivojlantirishning muhim shartlaridan biridir. Kelgusida taklif etilgan metodik modelni umumta’lim maktablarida tajriba-sinovdan o‘tkazish, uning samaradorligini aniqlash hamda matematika o‘qituvchilari uchun amaliy metodik tavsiyalar ishlab chiqish maqsadga muvofiq.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Kahneman D., Tversky A. Subjective probability: A judgment of representativeness // Cognitive Psychology. – 1972. – Vol. 3, No. 3. – P. 430–454. – DOI: 10.1016/0010-0285(72)90016-3.

2. Tversky A., Kahneman D. Judgment under uncertainty: Heuristics and biases // Science. – 1974. – Vol. 185, No. 4157. – P. 1124–1131. – DOI: 10.1126/science.185.4157.1124.

3. Tversky A., Kahneman D. Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment // Psychological Review. – 1983. – Vol. 90, No. 4. – P. 293–315. – DOI: 10.1037/0033-295X.90.4.293.

4. Fischbein E., Schnarch D. The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions // Journal for Research in Mathematics Education. – 1997. – Vol. 28, No. 1. – P. 96–105. – DOI: 10.2307/749665.

5. Fischbein E., Gazit A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? // Educational Studies in Mathematics. – 1984. – Vol. 15, No. 1. – P. 1–24. – DOI: 10.1007/BF00380436.

6. Konold C. Informal conceptions of probability // Cognition and Instruction. – 1989. – Vol. 6, No. 1. – P. 59–98. – DOI: 10.1207/s1532690xci0601_3.

7. Lecoutre M.-P. Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations // Educational Studies in Mathematics. – 1992. – Vol. 23, No. 6. – P. 557–568. – DOI: 10.1007/BF00540060.

8. Batanero C., Chernoff E. J., Engel J., Lee H. S., Sánchez E. Research on Teaching and Learning Probability. ICME-13 Topical Surveys. – Cham: Springer, 2016. – DOI: 10.1007/978-3-319-31625-3.

9. Facione P. A. Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction (The Delphi Report). – Millbrae, CA: The California Academic Press, 1990. – ERIC ED315423.

10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi «Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi PQ-4708-son qarori. – URL: https://lex.uz/docs/4807552

11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 29-apreldagi «O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida»gi PF-5712-son Farmoni. – URL: https://lex.uz/docs/4312785

12. Jo‘rayev F. B. Ehtimollar nazariyasining matematik asoslari // Modern Science and Research. – 2023. – Vol. 2, No. 2. – B. 13. – DOI: 10.5281/zenodo.7612857.

13. von Davier M., Kennedy A., Reynolds K., Fishbein B., Khorramdel L., Aldrich C., Bookbinder A., Bezirhan U., Yin L. TIMSS 2023 International Results in Mathematics and Science. – Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center, 2024. – DOI: 10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460. – URL: https://timss2023.org/results

14. O‘zbekiston o‘quvchilari TIMSS tadqiqotida qanday natija ko‘rsatdi? // Xalq ta’limi axborot portali. – 04.12.2024. – URL: https://xalqtaliminfo.uz/en/post/979

15. OECD. PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education. – Paris: OECD Publishing, 2023. – DOI: 10.1787/53f23881-en.

16. Cañizares M. J., Batanero C. A study on the stability of equiprobability bias in 10–14 year-old children // Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5). – Singapore: IASE, 1998. – P. 1447–1448.

17. Abrami P. C., Bernard R. M., Borokhovski E., Wade A., Surkes M. A., Tamim R., Zhang D. Instructional interventions affecting critical thinking skills and dispositions: A stage 1 meta-analysis // Review of Educational Research. – 2008. – Vol. 78, No. 4. – P. 1102–1134. – DOI: 10.3102/0034654308326084.

18. Abrami P. C., Bernard R. M., Borokhovski E., Waddington D. I., Wade C. A., Persson T. Strategies for teaching students to think critically: A meta-analysis // Review of Educational Research. – 2015. – Vol. 85, No. 2. – P. 275–314. – DOI: 10.3102/0034654314551063.